

N2 Дано:

$$\rho_T < \rho_0$$

$$\frac{d}{T}$$

$$\rho_T = ?$$

Решение:

Рассмотрим случай, когда тело находится на поверхности воды в состоянии покоя.

$$F_m = F_A$$

Сила тяжести равна силе Архимеда

$$mg = \rho_0 g V'$$

$$m = \rho V \Rightarrow \rho_T V_T g = \rho_0 g V' \quad \text{сократим } g$$

$$\rho_T V_T = \rho_0 V'$$

$$\frac{V'}{V_T} = \frac{\rho_T}{\rho_0}$$

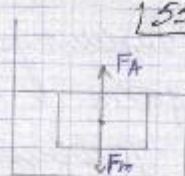
$$\frac{d''}{d} = \frac{\rho_T}{\rho_0}$$

т.к. $d'' = d - d'$, то

$$\frac{d''}{d} = \frac{d - d'}{d} = \frac{\rho_T}{\rho_0} \quad \text{подставим вместо } d'' \text{ выражение } d - d'$$

Выразим искомого ρ_T :

$$\rho_T = \frac{(d - d') \rho_0}{d}$$



155-11-116

2) Рассмотрим случай, когда шайба падает в воду и совершает колебания. Из условия $\rho_1 < \rho_2 \Rightarrow F_A > F_m$ (сила Архимеда больше силы тяжести), тогда найдем результирующую силу F (для данного случая F - сила упругости)

$$F = F_A - F_m$$

$$F_{упр} = k \Delta x$$

Когда тело совершает колебания, оно смещается относительно покоя на $d' \Rightarrow \Delta x = d'$

$$II \quad k d' = F_A - F_m$$

Найдем k из формулы T (период пружинного маятника), так как колеблющийся маятник будет совершать колебательные движения.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$$

выразим k :

$$k = \frac{4\sigma^2 m}{T^2}$$

155-11-46

Так как $m = \rho V$, то

$$k = \frac{4\sigma^2 \rho V}{T^2}$$

Выразим d' из уравнения II:

$$d' = \frac{F_A - F_m}{k}$$

Так как $F_A = \rho_0 V g$, а $F_m = \rho_r V g$, то

$$d' = \frac{(\rho_0 V g - \rho_r V g) \cdot T^2}{4\sigma^2 \rho_r V}$$

В данном случае объем мела и плотности равны, так что можно сократить V :

$$d' = \frac{T^2 g (\rho_0 - \rho_r)}{4\sigma^2 \rho_r}$$

Из уравнения I:

$$\rho_r = \frac{(d - d')}{d} \rho_0$$

$$\rho_r d = \rho_0 (d - d')$$

Заменяя d'

$$\rho_r d = \rho_0 \left(d - \frac{T^2 g (\rho_0 - \rho_r)}{4\sigma^2 \rho_r} \right)$$

$$\rho_r d = \rho_0 d - \frac{\rho_0 T^2 g (\rho_0 - \rho_r)}{4\sigma^2 \rho_r}$$

$$\rho_0 d T$$

вычтем скобки

$$\frac{p_0 T^2 g (p_0 - p_1)}{4\sigma^2 p_1} = d (p_0 - p_1) \quad \text{Сократим } (p_0 - p_1)$$

$$\frac{p_0 T^2 g}{4\sigma^2 p_1} = d$$

$$p_0 T^2 g = d \cdot 4\sigma^2 p_1$$

$$p_1 = \frac{p_0 T^2 g}{4\sigma^2 d}$$

Найдем p_1 :

$$\text{Ответ: } p_1 = \frac{p_0 T^2 g}{4\sigma^2 d}$$

20

N3

Дано:

$$r=0$$

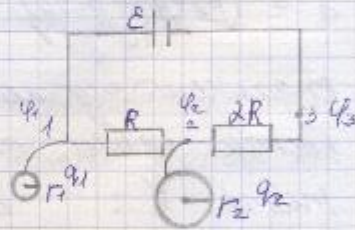
$$r_1, r_2$$

$$\varepsilon$$

$$R, 2R$$

$$\varphi_1, \varphi_2 - ?$$

Решение:



Так как $r=0$ (внутреннее сопротивление источника), то ε (ЭДС) распределится по трем точкам цепи без потерь.

Так как $R_2 = 2R_1$, $R_{\text{общ}} = 3R$ (по соответствию при соединении)

$$\begin{cases} U_1 = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\varepsilon}{3} & 2 \\ U_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{2\varepsilon}{3} & 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{2\varepsilon}{3} & 7 \\ & 8 \end{cases}$$

Пусть потенциалы для 1 и 2 шаров: 55-11-46

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \quad \text{тогда, и}$$

подставив в нашу систему уравнений, мы получим:

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{C}{3}$$

Вынесем общие множители за скобки:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} \right) = \frac{C}{3}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$I \quad k \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} \right) = \frac{C}{3}$$

Так как заряд шар пропорционален его площади, то:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

т.к. $S = 4\pi r^2$, то

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow q_2 = \frac{q_1 r_2^2}{r_1^2}$$

Подставим значение q_2 в формулу I:

$$k \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_1 r_2^2}{r_1^2 r_2} \right) = \frac{\rho}{3}$$

$$k \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_1 r_2}{r_1^2} \right) = \frac{\rho}{3}$$

Сократим r_2 :

$$k q_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{r_2}{r_1^2} \right) = \frac{\rho}{3}$$

Вынесем q_1 :

$$\frac{k q_1}{r_1} \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{\rho}{3}$$

Вынесем r_1 :

$$\frac{k q_1}{r_1} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1} \right) = \frac{\rho}{3}$$

$$q_1 = \frac{\rho r_1^2}{3k(r_1 - r_2)}$$

Выведем q_1

Найдем q_2 :

(4)

$$q_2 = \frac{q_1 \cdot r_2^2}{r_1^2}$$

$$q_2 = \frac{\rho r_1^2}{3k(r_1 - r_2)} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\rho r_2^2}{3k(r_1 - r_2)}$$

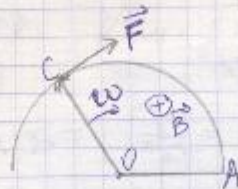
Ответ: $q_1 = \frac{\rho r_1^2}{3k(r_1 - r_2)}$; $q_2 = \frac{\rho r_2^2}{3k(r_1 - r_2)}$?

15

Дано:

L
F
W
B

R →



Решение.

55-11-46

Равнодействующая всех сил будет равна нулю, так как мы знаем из условия, что вращающаяся стержень (OC) движется с постоянной угловой скоростью ω .

$\vec{F} = \vec{F}_A$ (сила \vec{F} противодействует F_A (сила Ланжера)) \Rightarrow так как стержень - проводящий и генерирует \mathcal{E} $\omega = \text{const}$ в магнитном поле.

$$F_A = BIL \sin \alpha$$

$$l = L \text{ (длина OC)}$$

В нашем случае $\mathcal{E} = U$, тогда из формулы $I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I}$

$$\mathcal{E} = U = BL\omega \sin \alpha$$

$$BL\omega \sin \alpha = IR$$

$$R = \frac{BL\omega \sin \alpha}{I}$$

Выразим и подставим в формулу сопротивления из формулы силы Ланжера.

$$F_A = BIL \sin \alpha$$

$$I = \frac{F_A}{BL \sin \alpha}$$

$$R = \frac{B^2 L^2 v \sin^2 \alpha}{F_A} = \frac{B^2 L^2 v \sin^2 \alpha}{F_A}$$

Мак как $F_A = F$, то

$$R = \frac{B^2 L^2 v \sin^2 \alpha}{F}$$

$$v = \omega R$$

мак как $R = L$, то $v = \omega L$, тогда \Rightarrow

$$R = \frac{B^2 L^2 \sin^2 \alpha \cdot \omega L}{F} = \frac{B^2 L^3 \omega \sin^2 \alpha}{F}$$

В нашем случае $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1$

(мак как все перпендикулярно друг другу)

$$\text{Итого} \Rightarrow R = \frac{B^2 L^3 \omega}{F}$$

$$\text{Ответ: } R = \frac{B^2 L^3 \omega}{F}$$

№1

Дано: Ротор

$\omega = \text{const}$ Макс как $\omega = \text{const}$, $T = \frac{t}{N} \Rightarrow$

$$\frac{d}{dt} \varphi(t) = ? \Rightarrow \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi N}{t} \quad (N - \text{число магн. линий})$$

В зависимости от течения

Витков, скорость катушки, на которую намотана проволока, изгибается:

$$v_1 = \omega(R+d) = \omega R + \omega d$$

$$v_H = \omega(R+Nd) = \omega R + \omega Nd$$

$$v_2 = \omega R + \omega d$$

Выразим N через поперечную $N = \frac{\omega t}{2\pi}$:

$$v(t) = \omega R + \frac{\omega^2 t d}{2\pi}$$

Ответ: $v(t) = \omega R + \frac{\omega^2 t d}{2\pi}$

20

№6

Дано:

$$h$$

$$h \neq 5$$

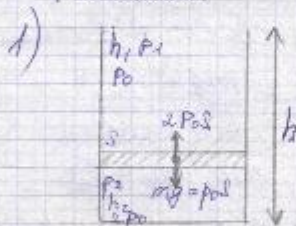
$$p_0$$

$$S$$

$$mg = p_0 S$$

$$h_3 - ?$$

Решение:



П.к. от помещения одного поршня до помещения следующего проходит большой промежуток времени, но в сосуде устанавливается температура окружающей среды \Rightarrow процесс

изотермической.

При изотермическом процессе выполняется закон Бойля-Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

⇓

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Sh_2}{Sh_1}$$

Сократим S и получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

М.к. m (масса поршня) и зависимость отсюда как зависимость от $h_2 = p_0 S$

Поршень оказывает давление в одну атмосферу $p_0 = \frac{mg}{S}$ (2)

м.к. $mg = F_m$, то $p_0 = \frac{F_m}{S} \Rightarrow$

В первом случае под поршнем зависимость

$$2p_0 = p_{\text{атм}} + p'_1 \quad \text{где } p'_1 - \text{поршня}$$

Над поршнем: p_0 (атмосфера)

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{p_0}{2p_0} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}$$

⇓ Тогда $2h_2 = h_1$
 $h = h_1 + h_2$

Таким образом $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{1}$ 55-11-46

2) Показываем второй поршень:



На дно оказывается давление

$$p_{до} = p_1 + p_2 + p_{атм} \quad \text{где } p_1 - \text{поршень 1}$$

Таким образом

ситуация между поршнями совпадает с ситуацией между поршнем и дном в случае 1)

$$p_1 : p_2 : p_3 = 1 : 2 : 3$$

тогда h относится как:

$$h_1 : h_2 : h_3 = 5 : 2 : 1$$

Таким образом получаем рисунок и зависимость p от h для остальных трех случаев:

$$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 = 4 : 3 : 2 : 1$$

$$p_1 : p_2 : p_3 : p_4 = 1 : 2 : 3 : 4$$

3)

p_1	p_1	h_1
$2p_1$	p_2	h_2
$3p_1$	p_3	h_3
$4p_1$	p_4	h_4



Зависимости.

$$P_1 : P_2 : P_3 : P_4 : P_5 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5$$

$$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 : h_5 = 5 : 4 : 3 : 2 : 1$$



$$P_1 : P_2 : P_3 : P_4 : P_5 : P_6 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6$$

$$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 : h_5 : h_6 = 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1$$

Так как нам известно отношение высот, то мы можем найти на сколько частей нам следует разделить h :

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 \Rightarrow \text{Высота, на которой находится первая поршневая, равна } \frac{h}{21}$$

Найдем высоту третьего поршня:

Высота первого и второго равны:

$$\frac{h}{21} \text{ и } \frac{2h}{21} \text{ соответственно.}$$

$$\text{Тогда } h_3 = \frac{h}{21} + \frac{2h}{21} + \frac{3h}{21} = \frac{6h}{21}$$

$$\text{Ответ: } h_3 = \frac{6h}{21}$$

Площадь $DC = S$ - рассмотрим для
начала до точки
C (или наоборот)

рассмотрим от точки
на до вершины угла

$$\frac{FA}{BF} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$1) \text{ т.к. } BF = h \Rightarrow h = \frac{FA}{\operatorname{tg} \alpha}$$

По рисунку видно, что $FA = ED$,

$$2) ED = S - EC$$

Рассмотрим $\triangle EBC$:

так как $BE = h$, то

$$EC = h \operatorname{tg} \alpha$$

Подставим значение EC в формулу 2)

$$ED = S - h \operatorname{tg} \alpha$$

Т.к. $ED = FA$, то выразим h , незнакомую ищущее значение:

$$h = \frac{S - h \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Из формулы и преобразованного:

$$\sin \alpha = \frac{1}{h}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{1}{h}$$

Из математики нам известно, что

$$\operatorname{tg}(\arcsin \alpha) = \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

$$\operatorname{tg}(\arcsin \frac{1}{n}) = \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{n\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$$

Таким образом, подставим данное выражение в формулу искомого

$$h = \frac{S - H \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}}{\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}} = \frac{\sqrt{n^2-1} \cdot S - H \cdot \sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$= S\sqrt{n^2-1} - H$$

Ответ: $h = S\sqrt{n^2-1} - H$

20

55-11-46